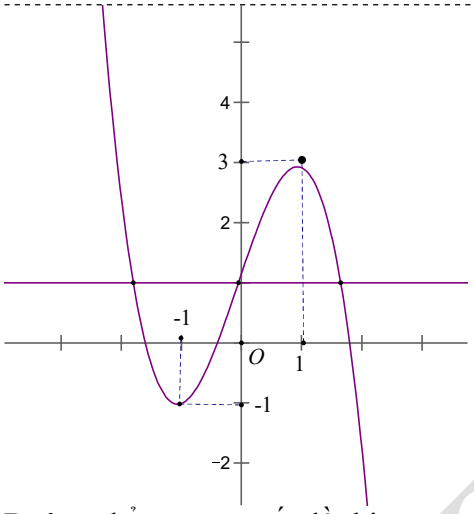
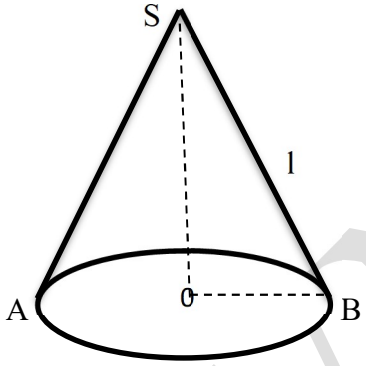
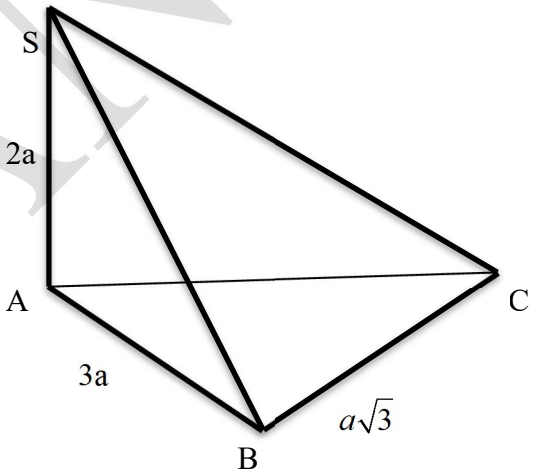
TOAN.VN
Yêu học toán

ĐA-ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THPT 2020-MÃ 116

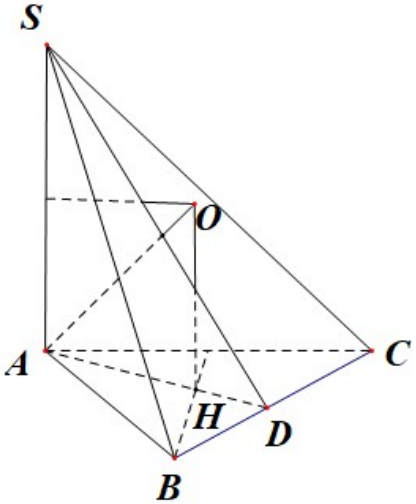
Thời gian: 90'

Câu	Mức độ	Đáp án	Hướng dẫn giải	Điểm
1	I	B	$\int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C.$	0,2
2	I	D	Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1),(0;1).$	0,2
3	I	C	ĐKXĐ: $x > 0 \Rightarrow D = (0;+\infty).$	0,2
4	I	B	Giá trị cực đại là 2.	0,2
5	I	C	$r = 4, h = 2 \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi 4^2 2 = \frac{32\pi}{3}.$	0,2
6	I	A	$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi 4^3 = \frac{256\pi}{3}.$	0,2
7	I	D	$V = \frac{1}{3}S_d h = \frac{1}{3}3.2 = 2.$	0,2
8	I	D	$z = x + yi = -1 + 3i \Rightarrow$ Phần thực là -1.	0,2
9	I	B	$\int_1^5 f(x) = 4 \Rightarrow \int_1^5 3f(x) = 3.4 = 12.$	0,2
10	I	D	$z = -2 + 5i \Rightarrow \overline{z} = -2 - 5i.$	0,2
11	I	A	$r = 4, l = h = 3 \Rightarrow S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi 4.3 = 24\pi.$	0,2
12	I	A	$u_2 = u_1.q = 2.3 = 6.$	0,2
13	I	B	$7! = 5040.$	0,2
14	I	D	$\log_{a^2} b = \frac{1}{2}\log_a b.$	0,2
15	I	D	$z_1 + z_2 = 3 + 2i + 2 - i = 5 + i.$	0,2
16	II	B	$3^{x-2} = 9 \Leftrightarrow 3^{x-2} = 3^2 \Leftrightarrow x - 2 = 2 \Leftrightarrow x = 4.$	0,2
17	II	D	Đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-2}{-1}$ có $\vec{u} = (3;4;-1)$ là một vectơ chỉ phương.	0,2
18	II	C	Đồ thị đã cho có dạng của hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c.$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ nên hệ số a nhỏ hơn 0.	0,2

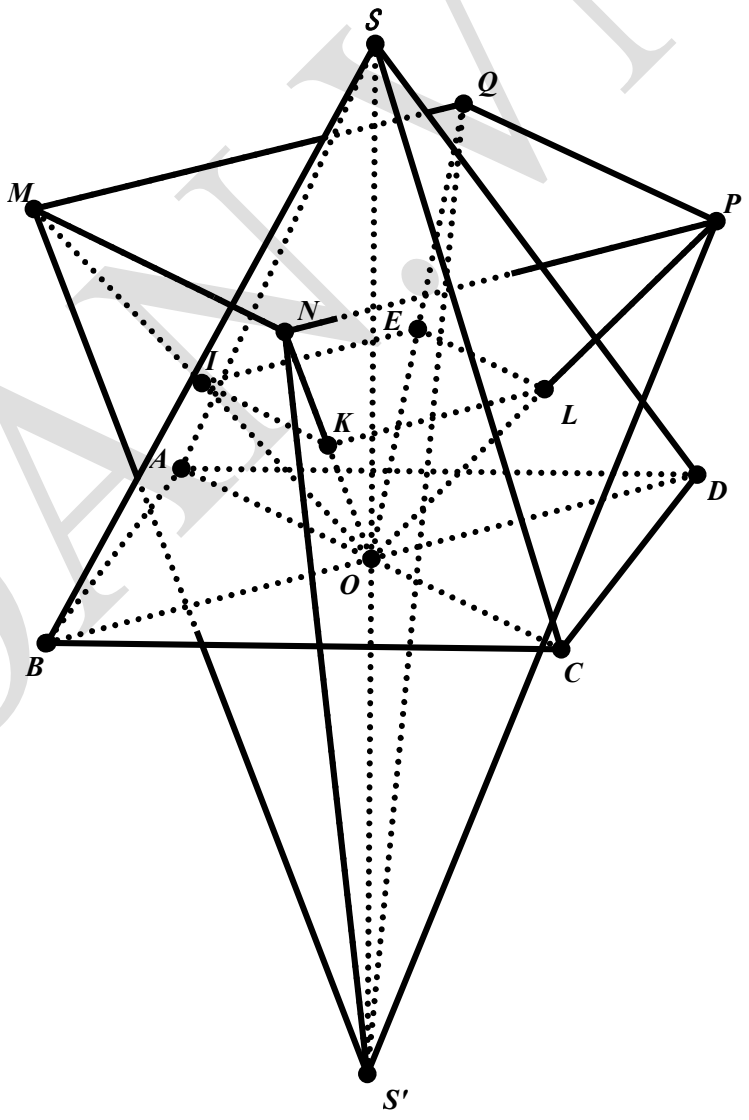
19	**II**	**C**	 Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 3 điểm nên phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm thực.	0,2
20	**II**	**B**	Mặt phẳng đi qua $A(-2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;4)$ có phương trình là: $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1.$	0,2
21	**II**	**A**	Thể tích khối hộp chữ nhật là: $2.4.6=48.$	0,2
22	**II**	**D**	Hình chiếu vuông góc của $A(1;2;5)$ lên trục Ox là $A'(1;0;0)$.	0,2
23	**II**	**C**	Bán kính mặt cầu $(S):x^2+(y-2)^2+z^2=9$ là: $\sqrt{9}=3.$	0,2
24	**II**	**A**	Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=5$ nên $y=5$ là tiệm cận ngang đồ thị đã cho.	0,2
25	**II**	**B**	Ta có: $\log_2(x-1)=3\Leftrightarrow\begin{cases}x-1>0\\x-1=2^3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x-1=8\end{cases}\Leftrightarrow x=9.$	0,2
26	**II**	**B**	$F(x)=x^3\Rightarrow f(x)=F'(x)=3x^2.$ Khi đó, $\int\limits_1^2[2+f(x)]dx=\int\limits_1^2[2+3x^2]dx=9.$	0,2
27	**II**	**A**	Xét: $f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-21=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{7}\in[2;19]\\x=-\sqrt{7}\notin[2;19]\end{array}\right.$ Ta có: $f(2)=-34; f(\sqrt{7})=-14\sqrt{7}; f(19)=6460.$ $\Rightarrow \underset{[2;19]}{Min}\, f(x)=-14\sqrt{7}$ tại $x=\sqrt{7}.$	0,2
28	**II**	**C**	Ta có: $z.\overline{w}=(2+2i)(2-i)=6+2i.$ Suy ra, $\left\|z.\overline{w}\right\|=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}.$	0,2
29	**II**	**A**	Ta có:	0,2

			$3^{x^2-23} < 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-23} < 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 23 < 2$ $\Leftrightarrow x^2 < 25 \Leftrightarrow -5 < x < 5.$	
30	**II**	**C**	Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -1$ và $x = 1$.	0,2
31	**III**	**B**	 Ta có góc ở đỉnh là góc góc ASB = 60^0 Suy ra góc OSB = 30^0. Xét tam giác SOB vuông tại O nên $l = \frac{R}{\sin 30^0} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10$ $S_{xq} = \pi Rl = 50\pi$	0,2
32	**III**	**D**	 Ta có SC giao (ABC) là điểm C. A là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC). Vậy ta có góc cần tìm là SCA. $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(3a)^2 + (a\sqrt{3})^2} = 2a\sqrt{3}.$ $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{2a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SAC} = 30^0$.	0,2
33	**III**	**B**	Xét phương trình: $x^2 - 1 = x - 1 \Leftrightarrow x = 0; x = 1$ Vậy diện tích cần tính là: $S = \int_0^1 \left\|(x^2 - 1) - (x - 1)\right\| dx = \frac{1}{6}$	0,2

TOAN.VN

34	**III**	**D**	d vuông góc với (P) thì VTCP của d là VTPT của (P). PT mặt phẳng đi qua $M(1;1;-2)$ và nhận $\overrightarrow{u_d}(1;2;-3)$ làm VTPT là: $1(x-1)+2(y-1)-3(z+2)=0 \Leftrightarrow x+2y-3z-9=0$	0,2
35	**III**	**B**	Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-x^2=-x^2+5x$ Phương trình trên có 3 nghiệm là $x=0; x=\pm\sqrt{5}$ Vậy có 3 giao điểm	0,2
36	**III**	**C**	Đường thẳng d đi qua $A(1;2;3)$ và song song với BC có véc tơ chỉ phương là: $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$. Phương trình đường thẳng (d): $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-1}$. Chọn C.	0,2
37	**III**	**B**	Xét Phương trình $z^2-6z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=3-2i \\ z=3+2i \end{array}\right.$. Do z_0 là số phức có phần ảo dương $\Rightarrow z_0=3+2i \Rightarrow 1-z_0=-2-2i$ Điểm biểu diễn cho số phức $1-z_0$ là $(-2;-2)$. Chon B.	0,2
38	**III**	**B**	$4^{\log_2(ab)}=3a \Leftrightarrow \left(2^{\log_2(ab)}\right)^2=3a \Leftrightarrow (ab)^2=3a$ Vì a là số thực dương nên chia cả hai vế của phương trình trên cho a ta được: $ab^2=3$. Chọn B.	0,2
39	**III**	**A**	 Có $(ABC)\cap(SBC)=BC$ Gọi D là trung điểm BC, suy ra: $AD \perp BC(1)$ Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$; $\begin{cases} SA \perp BC \\ AD \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAD) \Rightarrow BC \perp SD(2)$	0,2

			Từ (1) và (2) suy ra: $\left((ABC),(SBC)\right)=\widehat{SDA}=30^0$ Gọi H là tâm của tam giác đều ABC $\Rightarrow H\in AD$ Dựng đường thẳng (d) vuông góc với (ABC) tại H. Các điểm nằm trên (d) cách đều A, B, C. Có $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\parallel(d)$. Suy ra SA và (d) đồng phẳng. Dựng mặt phẳng trung trực cạnh bên SA cắt (d) tại O. Suy ra, O là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$ bán kính $R=OA$ Trong tam giác ABD: $BD=\frac{BC}{2}=2a; AB=4a\Rightarrow AD=\sqrt{AD^2-BD^2}=2\sqrt{3}a$ $AH=\frac{2}{3}AD=\frac{4\sqrt{3}a}{3}$ $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp AD; \tan\widehat{SDA}=\frac{SA}{AD}\Rightarrow SA=2a$ $\Rightarrow OH=a$ Trong tam giác AHO: $OA^2=OH^2+HA^2=\frac{19a^2}{3}\Rightarrow R^2=\frac{19a^2}{3}$ Diện tích mặt cầu ngoại tiếp chóp: $S=4\pi R^2=4\pi.\frac{19a^2}{3}=\frac{76\pi a^2}{3}$ (đvdt). Chọn A.	
40	**III**	**B**	Do mỗi năm diễn tích rừng đều tăng 6% so với năm trước đó nên diện tích rừng sau n năm được tính theo công thức: $S_n=S_0.(1+r)^n$ Với $S_0=1000\ ha, r=6\%$ Để diện tích rừng đạt trên 1000 ha thì: $S_n>1400$ $\Rightarrow 1000.(1+6\%)^n>1400\Leftrightarrow n>5,77$. Như vậy sau 6 năm kể từ năm 2019 thì diện tích rừng trồng được sẽ đạt trên 1400. Vậy đến năm 2025 thì diện tích rừng trồng được sẽ đạt lớn hơn 1400. Chọn B	0,2
41	**IV**	**D**	Điều kiện: $x\neq -m$ $x\in(-\infty;-8)\Rightarrow -m\in[-8;+\infty)\Rightarrow m\in(-\infty;8]$ (*) Ta có: $y'=\frac{m-5}{(x+m)^2}$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-8)$ khi và chỉ khi	0,2

			$y' = \dfrac{m-5}{(x+m)^2} > 0$ với $\forall x \in (-\infty;-8)$ $\Leftrightarrow m-5>0$ với $\forall x \in (-\infty;-8)$ $\Leftrightarrow m>5$ với $\forall x \in (-\infty;-8)$. Kết hợp điều kiện (*) ta được với $m \in (5;8]$.	
42	**IV**	**A**	Đặt $x+1=u; f'(x)dx=dv \Rightarrow dx=du; v=f(x)$ $\Rightarrow I=(x+1)f(x)-\int f(x)dx=(x+1)\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}-\int \dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}dx$ $=\dfrac{x^2+x}{\sqrt{x^2+3}}-\sqrt{x^2+3}=\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2+3}}+C$	0,2
43	**IV**	**A**		0,2

TOAN.VN

Gọi I,K,L,E lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA. Ta được IKLE là hình vuông cạnh IK= $\frac{BD}{3}$.

Tứ giác MNPQ cũng là hình vuông cạnh MN = $2.IK = \frac{2BD}{3}$

Ta có khoảng cách $d(O,(IKLE)) = \frac{1}{3}.d(S,(ABCD))$

Do OI= $\frac{OM}{2}$ nên $d(O,(IKLE)) = \frac{1}{2}.d(O,(MNPQ))$

Hay $d(O,(MNPQ)) = 2.d(O,(IKLE)) = \frac{2}{3}.d(S,(ABCD))$

Mà $d(S',(ABCD)) = d(S,(ABCD))$

Nên $d(S',(MNPQ) = d(S',ABCD) + d(O;(MNPQ))$

$= \frac{5}{3}.d(S,ABCD)$

Chóp đều S.ABCD có cạnh đáy = a, cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$ ta tính được chiều cao

SO= $d(S,ABCD) = \frac{a\sqrt{10}}{2}$. Đường chéo của đáy BD= $a\sqrt{2}$

DO đó ta có: MN= $\frac{2BD}{3} = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$,

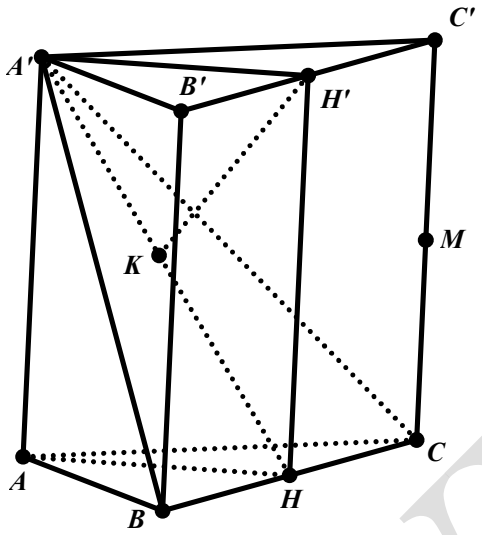
$d(S',(MNPQ) = \frac{5}{3}d(S,(ABCD)) = \frac{5a\sqrt{10}}{6}$

Diện tích $S_{MNPQ} = MN^2 = \frac{8a^2}{9}$

Thể tích $V_{S'MNPQ} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.d(S';(MNPQ))$

$= \frac{1}{3}.\frac{8a^2}{9}.\frac{5a\sqrt{10}}{6} = \frac{20a^3\sqrt{10}}{81}$

TOAN.VN

44	**IV**	**C**	 Gọi H và H' lần lượt là trung điểm của BC và B'C'. Khi đó $\frac{d\left(M;(A'BC)\right)}{d\left(C';(A'BC)\right)}=\frac{MC}{C'C}=\frac{1}{2}\Rightarrow d\left(M;(A'BC)\right)=\frac{1}{2}d\left(C';(A'BC)\right)$ Mà $C'H'//BC\Rightarrow C'H'//(A'BC)\Rightarrow d\left(C';(A'BC)\right)=d\left(H';(A'BC)\right)$ Suy ra $d\left(M;(A'BC)\right)=\frac{1}{2}d\left(H';(A'BC)\right)$ Ta chứng minh được: $BC\perp(HH'A')\Rightarrow(A'CB)\perp(HH'A')$, giao tuyến HA'. Kẻ $H'K\perp HA'\Rightarrow d\left(H';(A'BC)\right)=H'K=2d\left(M;(A'BC)\right).$ Ta có: $H'A'=\frac{a\sqrt{3}}{2}, HH'=AA'=2a$ $\Rightarrow\frac{1}{H'K^2}=\frac{1}{HH'^2}+\frac{1}{H'A'^2}=\frac{19}{12a^2}\Rightarrow H'K=\frac{2a\sqrt{57}}{19}$ $\Rightarrow d\left(M;(A'BC)\right)=\frac{a\sqrt{57}}{19}.$	0,2
45	**IV**	**D**	Từ đồ thị hàm số suy ra $f(x)=-4x^4+8x^2-1$ $\Rightarrow f'(x)=-16x(x^2-1)$ Đặt $t=x-1\Rightarrow x=t+1$ ta có hàm số $g(t+1)=(t+1)^2[f(t)]^4$ $g'(t+1)=2(t+1)[f(t)]^4+4(t+1)^2[f(t)]^3.f'(t)$ $=2(t+1)[f(t)]^3[f(t)+2(t+1)f'(t)]$	0,2

TOAN.VN

			$g'(t+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{c} t=-1 \\ f(t)=0 \\ f(t)+2(t+1)f'(t)=0 \end{array}\right.$ + Phương trình f(t) = 0 có 4 nghiệm phân biệt khác -1 + Phương trình $f(t)+2(t+1)f'(t)=0$ $\Leftrightarrow -4t^4+8t^2-1+2(t+1)(-16t)(t^2-1)=0$ $\Leftrightarrow -36t^4-32t^3+40t^2+32t-1=0(1)$ Khảo sát và lập bảng biến thiên hàm số $f(t)=-36t^4-32t^3+40t^2+32t-1$ suy ra phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khác -1. Vậy $g'(t+1)=0$ có 9 nghiệm đơn phân biệt nên g(x) có 9 điểm cực trị.	
46	**IV**	**C**	Đây là hàm bậc 3. Nhìn đồ thị suy ra a<0. Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên d<0. Hàm số có hai điểm cực trị $x_1;x_2>0$, suy ra phương trình y' = 0 có hai nghiệm thực phân biệt dương. Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$. Phương trình y' =0 có hai nghiệm phân biệt âm nên $\begin{cases} x_1+x_2>0 \\ x_1.x_2>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{-2b}{3a}>0 \\ \dfrac{c}{3a}>0 \end{cases} \Rightarrow c<0;b>0.$ Vậy có b là số dương.	0,2
47	**IV**	**A**	$2x+y.4^{x+y-1}\geq 3 \Leftrightarrow y.2^{2x+2y-2}\geq 3-2x \Leftrightarrow 2y.2^{2y}\geq (3-2x).2^{3-}$ Xét hàm số $f(t)=t.2^t$ trên $[0;+\infty)$ có $f'(t)=2^t+t.2^t\ln 2>0 \ \ \forall t\in[0;+\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $[0;+\infty)$ $(1)\Leftrightarrow 2y\geq 3-2x \Leftrightarrow x+y\geq \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow (x+3)+(y+2)\geq \dfrac{13}{2}$ $P=(x+3)^2+(y+2)^2-13 \Rightarrow (x+3)^2+(y+2)^2=P+13$ Ta lại có: $\dfrac{13}{2}\leq (x+3)+(y+2)\leq \sqrt{2[(x+3)^2+(y+2)^2]}=\sqrt{2(P+13)}$ $\Leftrightarrow \dfrac{169}{4}\leq 2(P+13) \Leftrightarrow P\geq \dfrac{65}{8}$ Dấu = xảy ra khi $x=\dfrac{1}{4}, y=\dfrac{5}{4}$. Vậy $P_{\min}=\dfrac{65}{8}$	0,2
48	**IV**	**A**	A: "Số đó không có hai chữ số liên tiếp cùng lẻ" $\overline{A}$: "Số đó có hai chữ số liên tiếp cùng lẻ".	0,2

			Ta có $\left\|S\right\| = A_9^4$ Gọi các phần tử của $\overline{A}$ có dạng $\overline{abcd}$ với $a,b,c,d \in \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ TH1: bốn chữ số a,b,c,d đều lẻ Suy ra, Có A_5^4 số TH2: có 3 chữ số lẻ và có 1 chữ số chẵn Suy ra, Có $C_5^3.4.4!$ số (chọn 3 số lẻ, 1 số chẵn và xếp vào 4 vị trí) TH3: có 2 chữ số lẻ đứng cạnh nhau và có 2 chữ số chẵn Suy ra , có $A_5^2.3.A_4^2$ số (có $A_5^2.3$ cách xếp 2 chữ số lẻ cạnh nhau , có cách chọn A_4^2 2 chữ số chẵn) Do đó : $\left\|\overline{A}\right\| = A_5^4 + C_5^3.4.4! + A_5^2.3.A_4^2 = 1800$ $P_A = \frac{\left\|A\right\|}{\left\|S\right\|} = \frac{\left\|S\right\| - \left\|\overline{A}\right\|}{\left\|S\right\|} = \frac{17}{42}$	
49	**IV**	**C**	Phương trình $f\left(x^3 f\left(x\right)\right) = -1$ có số nghiệm chính là số giao điểm của đồ thị $y = f\left(t\right)$ với đường thẳng $y = -1$ Dựa vào đồ thị, ta thấy $y = f\left(t\right)$ cắt đường thẳng $y = -1$ tại 3 điểm phân biệt. Do đó, ta có: $f\left(x^3 f\left(x\right)\right) = -1$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3.f\left(x\right) = 0 & (1) \\ x^3.f\left(x\right) = a \in \left(-3;-1\right) & (2) \\ x^3.f\left(x\right) = b \in \left(-5;-3\right) & (3) \end{array}\right.$ +) Phương trình $\left(1\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 = 0 \\ f\left(x\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = c < 0 \end{array}\right.$ (dựa vào đồ thị) Vậy $\left(1\right)$ có 2 nghiệm phân biệt +) Xét các phương trình (2), $\left(3\right)$ và ta chỉ quan tâm đến các nghiệm chưa phải là nghiệm của (1) nên ta xét $x \neq 0$. Khi đó: $\left[\begin{array}{l} \left(2\right) \Leftrightarrow f\left(x\right) = \frac{a}{x^3} < 0, a \in \left(-3;-1\right) \\ \left(3\right) \Leftrightarrow f\left(x\right) = \frac{b}{x^3} < 0, b \in \left(-5;-3\right) \end{array}\right.$ Dựa vào đồ thị, dễ thấy mỗi phương trình $\left(2\right)$, $\left(3\right)$ đều có 2 nghiệm $x \neq 0$. Hơn nữa, vì a,b phân biệt nên 2 nghiệm đó đôi một khác nhau và mỗi nghiệm đều khác nghiệm của pt (1)	0,2

			Vậy phương trình $f\left(x^3 f\left(x\right)\right)=-1$ có 6 nghiệm thực phân biệt	
50	**IV**	**D**	$\log_4\left(x^2+y\right)\geq\log_3\left(x+y\right)$ (1) Điều kiện: $\begin{cases}x^2+y>0\\x+y>0\end{cases}$ $(1)\Leftrightarrow x^2+y\geq 4^{\log_3(x+y)}$ $\Leftrightarrow x^2+y\geq\left(x+y\right)^{\log_3 4}$ $\Leftrightarrow x^2-x\geq\left(x+y\right)^{\log_3 4}-\left(x+y\right)$ Ta có: $x\in Z, y\in Z, x+y>0$ nên $x+y\in\left[1;+\infty\right)$. Đặt $t=x+y$ ta được: $\Leftrightarrow x^2-x\geq t^{\log_3 4}-t$, $t\in\left[1;+\infty\right)$ (2) Yêu cầu bài toán tương đương phương trình (2) có không quá 242 nghiệm t nguyên. $f\left(t\right)=t^{\log_3 4}-t$ $f'\left(t\right)=\left(\log_3 4\right).t^{-1+\log_3 4}-1.$ Vì $t\geq 1\Rightarrow t^{-1+\log_3 4}\geq 1^{-1+\log_3 4}\Leftrightarrow t^{-1+\log_3 4}\geq 1$ $\Leftrightarrow\left(\log_3 4\right).t^{-1+\log_3 4}\geq\log_3 4$ $\Leftrightarrow\left(\log_3 4\right).t^{-1+\log_3 4}-1\geq\log_3 4-1>0\Leftrightarrow f'\left(t\right)>0$, $\forall t\in\left[1;+\infty\right)$. $\Rightarrow f\left(t\right)$ đồng biến trên $[1;+\infty)$. Nếu $x^2-x>243^{\log_3 4}-243=781$ thì sẽ có ít nhất 243 nghiệm nguyên $t\geq 1$. Vậy ngược lại, để có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn yêu cầu bài toán thì $x^2-x\leq 781\Leftrightarrow\frac{1-25\sqrt{5}}{2}\leq x\leq\frac{1+25\sqrt{5}}{2}$ Do $x\in Z\Rightarrow$ có 56 số nguyên x thỏa mãn yêu cầu.	0,2

TOAN.VN